

# WIE KANN ICH DAS LÖSEN?

## DIE AUFGABE VERSTEHEN

- Erstens.** Was ist *gesucht*? Was ist *gegeben*? Was sind die *Bedingungen*?  
Ist es möglich, die Bedingungen zu erfüllen? Sind die Bedingungen ausreichend, um das Gesuchte zu finden? Oder sind sie nicht ausreichend? Oder redundant? Oder widersprüchlich?  
Zeichnen Sie eine Figur. Führen Sie passende Notation ein.  
Identifizieren Sie die voneinander unabhängigen Bedingungen. Können Sie sie aufschreiben?
- Sie müssen die Aufgabe *verstehen*.

## EINEN PLAN ENTWERFEN

- Zweitens.** Haben Sie eine solche Aufgabe schon mal gesehen? Oder haben Sie dieselbe Aufgabe in leicht abgewandelter Form gesehen?  
*Kennen Sie eine ähnliche Aufgabe?* Können Sie einen Lehrsatz, der hilft?  
*Schauen Sie das Gesuchte an!* Und versuchen Sie sich an eine Aufgabe zu erinnern, in der dasselbe oder etwas ähnliches gesucht ist.  
*Hier ist eine Aufgabe, die Ihrer Aufgabe ähnelt und bereits gelöst ist. Können Sie sie verwenden?* Können Sie ihr Resultat brauchen? Können Sie die dort verwendete Methode übernehmen? Können Sie Zwischenschritte einfügen, damit etwas davon brauchbar wird?  
Können Sie die Aufgabe umformulieren? Könnten Sie sie noch einmal anders umformulieren? Gehen Sie zurück zu den Grundlagen und Definitionen.  
Falls Sie die gestellte Aufgabe nicht lösen können, dann versuchen Sie zuerst eine ähnliche Aufgabe zu lösen. Können Sie sich eine einfachere, ähnliche Aufgabe vorstellen? Eine allgemeinere Aufgabe? Eine spezifischere Aufgabe? Eine analoge Aufgabe? Könnten Sie einen Teil lösen? Wenn Sie nur einen Teil der Bedingungen behalten und den Rest vernachlässigen, wie weit ist das Gesuchte dann bestimmbar, wie stark kann die Lösung dann variieren? Können Sie aus dem Gegebenen etwas Nützliches ableiten? Können Sie sich etwas anderes Gegebenes vorstellen, das Ihnen helfen würde, das Gesuchte zu finden? Könnten Sie das Gegebene, oder das Gesuchte, oder beides so ändern, dass eine Verbindung entsteht?  
Haben Sie alles Gegebene verwendet? Haben Sie alle Bedingungen verwendet? Haben Sie alles Wichtige berücksichtigt?
- Finden Sie die Verbindung zwischen dem Gegebenen und dem Gesuchten.  
Möglicherweise müssen Sie Hilfsaufgaben heranziehen oder Zwischenschritte einfügen, wenn keine Verbindung offensichtlich ist.  
Sie sollten letztendlich einen *Lösungsplan* haben.

## DEN PLAN AUSFÜHREN

- Drittens.** Ziehen Sie den Plan bis zur Lösung durch. *Überprüfen Sie jeden einzelnen Schritt.* Können Sie klar erkennen, dass jeder Schritt korrekt ist? Können Sie beweisen, dass jeder Schritt korrekt ist?
- Führen Sie Ihren Plan aus.*

## ZURÜCKSCHAUEN

- Viertens.** Können Sie das *Resultat überprüfen*? Können Sie die Herleitung überprüfen?  
Können Sie das Resultat auch anders herleiten? Können Sie es auf einen Blick erkennen?  
[ Können Sie es mit dem Computer zeichnen, rechnen oder simulieren? ]  
Können Sie das Resultat oder die Methode für andere Aufgaben brauchen?
- Begutachten* Sie Ihre Lösung.

Aus "How to solve it" von G. Polya, Princeton University Press 1945.

Übersetzt von Hanspeter Schmid im August 2019.

Der Satz in [...] kam im Originaltext nicht vor, ist aber in diesem Jahrtausend wichtig geworden.

DER ORIGINALTEXT AUS "HOW TO SOLVE IT" VON G. POLYA,  
PRINCETON UNIVERSITY PRESS 1945.

HOW TO SOLVE IT

UNDERSTANDING THE PROBLEM

**First.** *What is the unknown? What are the data? What is the condition?*  
You have to *understand* the problem. Is it possible to satisfy the condition? Is the condition sufficient to determine the unknown? Or is it insufficient? Or redundant? Or contradictory?  
Draw a figure. Introduce suitable notation.  
Separate the various parts of the condition. Can you write them down?

DEVISING A PLAN

**Second.** Have you seen it before? Or have you seen the same problem in a slightly different form?  
Find the connection between the data and the unknown. *Do you know a related problem? Do you know a theorem that could be useful?*  
You may be obliged to consider auxiliary problems if an immediate connection cannot be found. *Look at the unknown!* And try to think of a familiar problem having the same or a similar unknown.  
You should obtain eventually a *plan* of the solution. *Here is a problem related to yours and solved before. Could you use it? Could you use its result? Could you use its method? Should you introduce some auxiliary element in order to make its use possible? Could you restate the problem? Could you restate it still differently? Go back to definitions.*

If you cannot solve the proposed problem try to solve first some related problem. Could you imagine a more accessible related problem? A more general problem? A more special problem? An analogous problem? Could you solve a part of the problem? Keep only a part of the condition, drop the other part; how far is the unknown then determined, how can it vary? Could you derive something useful from the data? Could you think of other data appropriate to determine the unknown? Could you change the unknown or the data, or both if necessary, so that the new unknown and the new data are nearer to each other? Did you use all the data? Did you use the whole condition? Have you taken into account all essential notions involved in the problem?

CARRYING OUT THE PLAN

**Third.** Carrying out your plan of the solution, *check each step*. Can you see clearly that the step is correct? Can you prove that it is correct?  
*Carry out your plan.*

LOOKING BACK

**Fourth.** Can you *check the result*? Can you check the argument?  
*Examine* the solution obtained. Can you derive the result differently? Can you see it at a glance? Can you use the result, or the method, for some other problem?