Zeitdiskrete analoge Signalverarbeitung (2/3)

Sigma-Delta-Wandler: nicht lineare gemischt analog/digitale Filter

Unsichtbar für die meisten Benutzer haben Sigma-Delta-Wandler längst den Elektronikmarkt erobert. In jedem MP3-Player, Mobiltelefon und Laptop findet man mehrere ∑Δ-Wandler. Diese Wandler sind aber nicht nur allgegenwärtig, sondern auch technisch äusserst interessant.

» *Prof. Dr. Hanspeter Schmid und Dr. Alex Huber, Institut für Mikroelektronik, FHNW*

Konventionelle Analog-zu-Digital-Wandler (ADC) tasten das Signal ab und ermitteln dann für jeden einzelnen Abtastwert eine Zahl, welche den Abtastwert im digitalen Bereich repräsentiert. Ein 12-Bit-ADC zum Beispiel kann das Signal mit 2^{12} verschiedenen digitalen Werten darstellen. Je höher die Auflösung sein soll, desto schwieriger wird es, einen ADC zu bauen. Konventionelle 20-Bit-ADC sind sehr schwierig zu bauen, aber wenn man darauf verzichtet, jeden Abtastwert einzeln zu wandeln, kommt man viel einfacher auf hohe Auflösungen. Ein Sigma-Delta-ADC (∑ΔADC) übersetzt sein Eingangssignal in ein speziell kodiertes 1-Bit-Signal, aus dem sich das Eingangssignal später digital mit hoher Auflösung rekonstruieren lässt.

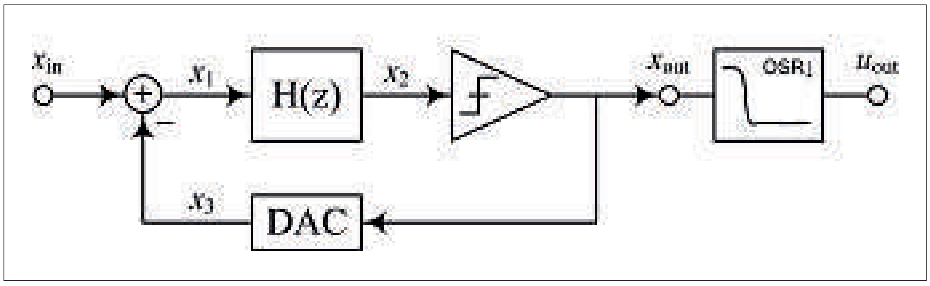

Bild 1: Sigma-Delta-Wandler

Funktionsweise eines ∑ΔADC

Ein ∑ΔADC ist eigentlich ein gemischt analog-digitales nicht lineares Filter. In Bild 1 ist gezeigt, wie das Signal x_{in} zuerst in einen analogen Subtrahierer (das Δ in ∑Δ) kommt, und wie dann die Differenz x_1 weitergeleitet wird in ein lineares Filter mit Übertragungsfunktion H(z), das im Wesentlichen integrieren muss (das ∑ in ∑Δ). Das Ausgangssignal x_2 des Filters kommt in einen Komparator, der digital ±1 ausgibt, je nachdem ob x_2 positiv oder negativ ist. Dieser Bitstream x_{out} wird nun DA-gewandelt – mit minimalem Aufwand, es gibt ja nur zwei mögliche Werte – und geht zurück zum Subtrahierer.

Der Komparator erzeugt also – linearisiert geschrieben – ein $x_{out} = x_2 + e$, wobei der Quantisierungsfehler e im Wesentlichen signalunabhängiges weisses Rauschen ist.

Mit der Formel von Mason können wir nun zwei Übertragungsfunktionen berechnen:

$$H_{signal} = \frac{x_{out}}{x_2} = \frac{H(z)}{1+H(z)} \qquad H_{noise} = \frac{x_{out}}{e} = \frac{1}{1+H(z)}$$

Der wichtigste Schritt beim Design eines ∑ΔADC ist die Wahl der Funktion H(z). Im einfachsten Falle kann das ein zeitdiskreter Integrator sein $H(z) = z^{-1}/(1-z^{-1})$. Dann werden $H_{signal} = z^{-1}$ und $H_{noise} = 1 - z^{-1}$, das heisst, das Signal wird nur um einen Taktzyklus verzögert, das Quantisierungsrauschen wird aber zeitdiskret differenziert. Die Wirkung davon ist, dass bei tiefen Frequenzen nur sehr wenig Quantisierungsrauschen übrig bleibt und der Grossteil des Quantisierungsrauschens zu hohen Frequenzen verschoben wird. Dies nennt man Noise Shaping. Mit einem einfachen Tiefpassfilter lässt sich dann das Quantisierungsrauschen entfernen und das Signal digital aus dem Bitstream rekonstruieren.

Bild 2 zeigt dies für einen ∑ΔADC, der absichtlich so viel Quantisierungsrauschen enthält, dass man es mit blossem Auge sieht: Die Kurven im ersten Plot zeigen x_{in} und u_{out}; Letzteres ist zeitlich verschoben und leicht verzittert durch das Quantisierungsrauschen. Sehr eindrücklich ist, dass die rote Kurve u_{out} der tiefpassgefilterte Bitstream aus dem untersten Plot ist, und der besteht nur aus den Werten ±1. Allerdings macht Bild 2 sehr deutlich, dass das ursprüngliche Signal in der Dichte der Zustandswechsel zwischen den Zuständen ±1 codiert ist: Der Sinus ist in der Helligkeit des Plots deutlich sichtbar. Ein ∑ΔADC macht also eine besondere Art von Pulsdichtenmodulation. Das bewerkstelligt er, indem er den Bitstream vom Eingangssignal subtrahiert, was das zweitoberste Signal ergibt, und dieses dann integriert. Das Signal nach dem Integrator, die zweitunterste Kurve in Bild 2, sieht so speziell aus, weil der ∑ΔADC die Anzahl Zustandswechsel am Ausgang maximiert. Das heisst: x_2 überschreitet die Nulllinie so oft wie möglich.

Oversampling Conversion

Bild 3 zeigt das Frequenzspektrum des Bitstreams x_{out} und des gefilterten Bitstreams u_{out}. Die Frequenzabhängigkeit des Quantisierungsrauschens, der Noise Shape, ist sehr gut sichtbar. Der Bitstream, blau, ist mit

2,8 MHz abgetastet (genauer: 64x44,1 kHz); das rote Signal – es entspricht der roten Kurve in Bild 2 – ist bei 22,05 kHz tiefpassgefiltert und lässt sich so ohne Aliasing mit 44,1 kHz unterabtasten. Beim Tiefpassfiltern verschwindet der grösste Teil des Quantisierungsrauschens und das verbleibende Signal hat eine sehr gute Auflösung.

Der Wert 64x44 kHz ist übrigens nicht zufällig gewählt: Auf einer Super-Audio-CD ist die Musik als ∑Δ-Bitstream mit dieser Samplingfrequenz aufgezeichnet. Das erlaubt einen sehr guten Dynamic Range, aber es hat noch einen anderen Vorteil: Der Player kann beim Abspielen entscheiden, mit welcher Abtastfrequenz er das hochauflösende Audiosignal erzeugen will. Durch Filtern und Unterabtasten mit Faktor OSR=64 kann er ein konventionelles 44,1-kHz-Signal herstellen, aber ebenso einfach kann er mit einem OSR=28 ein digitales Signal mit einer Audiobandreite von 50 kHz herstellen.

Oversampling

Diese Flexibilität muss man sich erkämpfen: Der RMS-Wert von Quantisierungsrauschen ist ausschliesslich vom Quantisierungsschritt abhängig. Das heisst, wenn wir ein Signal mit OSR=64 überabtasten, wird die Leistungsdichte im Signalband einfach 64-mal kleiner. Pro Faktor zwei Überabtastung – das heisst pro Oktave – gewinnen wir so 1 Bit Auflösung. Ohne Noise Shaping müsste man ein Audiosignal also mit OSR=2^{15} überabtasten, um 16 Bit Auflösung zu erhalten: Das sind 1,44 GHz! Mit einfachem Noise Shaping gewinnt man aber bereits 1,5 Bit pro Oktave, und man braucht noch OSR=2^{10} oder 45 MHz. Wählt man für H(z) einen Integrator n-ter Ordnung, gewinnt man n+½ Bit pro Oktave; für vierte Ordnung braucht es theoretisch also nur noch OSR=2^3, um Audio in CD-Qualität darzustellen, also 352 kHz. Praktisch stimmt das nicht ganz, weil die n+½-Bit-Näherung nur für genügend hohe OSR gültig ist. Auf der Super-Audio-CD wird ein ∑Δ-Bitstream 4. Ordnung verwendet; mit OSR=28 sind damit theoretisch 20,5 Bit Auflösung bei 50 kHz Audiobandbreite erreichbar; Philips gibt für diesen Fall 20 Bit bzw. 120 dB SNR an.

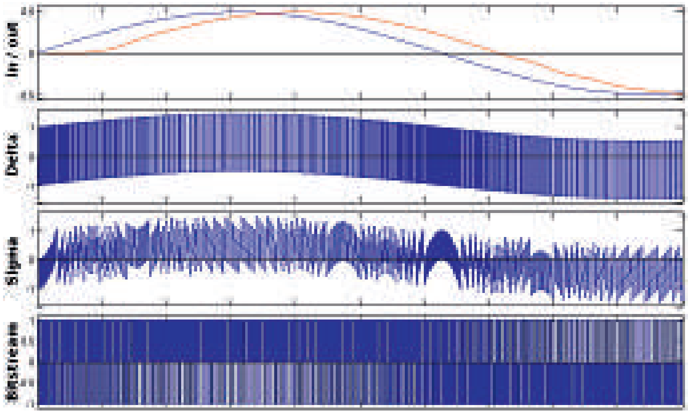

Bild 2: Signale im Sigma-Delta-Wandler

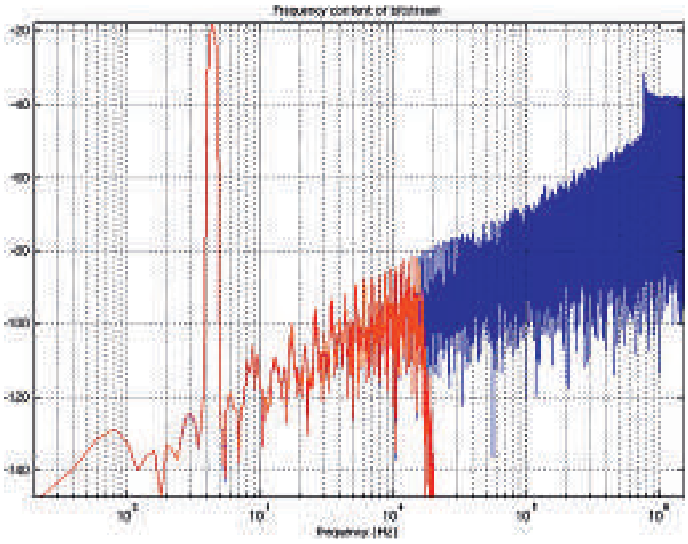

Bild 3: Leistungsdichtespektrum von Bitstream und Ausgangssignal u_{out} – Eingang: Sinus bei 440 Hz; y-Achse in dB, auf keine Referenz normiert und deshalb nicht beschriftet

Über verschiedene Bereiche

Bisher haben wir über ∑ΔADCs gesprochen, aber die hier kurz erläuterte Methode funktioniert völlig unabhängig von Ideen wie Spannung, Strom, Analog, Digital usw. Rein digitale ∑Δ-Modulation ist sehr einfach: Alle Plots in diesem Artikel entstanden mit Matlab und einem rein digitalen Modell. 1-Bit-Quantisierung mit einem Komparator ist am einfachsten, aber man kann gerade so gut einen 3-Bit-ADC und einen 3-Bit-DAC im ∑Δ-Loop verwenden. ∑Δ-Modulation ist auch in DA-Wandlern nützlich; die meisten Lautsprechertreiber in Mobiltelefonen arbeiten so, wie wir in Fokus Mikroelektronik 10/12 zeigen werden. Schliesslich muss man die Δ-Operation und die ∑-Operation auch nicht mit elektrischen Spannungen machen: Im Fokus Mikroelektronik 11/12 werden wir einen ∑ΔADC-Beschleunigungssensor zeigen, der die Differenz zwischen physikalischer und elektrostatischer Beschleunigung bildet und dann zweimal mechanisch integriert, bevor es elektronisch weitergeht.

∑Δ-Wandlung ist eine sehr gute und interessante Technik … mit einem kleinen Schönheitsfehler: Die Annahme, dass in $x_{out} = x_2 + e$ das e weiss und unabhängig vom Signal ist, ist natürlich falsch. Und was das bewirkt, sehen wir im nächsten Fokus Mikroelektronik. «

Anwendungen

∑Δ-Wandlung ist vor allem in Verbindung mit Audiotechnik und -sensoren sehr weit verbreitet. Vor allem die Tatsache, dass der Bitstream ein moduliertes Signal ist und beliebig digital gefiltert werden kann, macht sehr besondere Anwendungen möglich. In einem Projekt am IME leiten wir in einer Sensoranwendung von einem Bitstream gleichzeitig ein breitbandiges digitales Signal mit kleinerem SNR und ein schmalbandiges digitales Signal mit variabler Bandbreite und hohem SNR ab; mit dem breitbandigen Signal wird entschieden, wo das eigentliche Messsignal zu finden ist, sodass das schmale Band optimal gelegt werden kann. Mit ∑Δ-Modulation lassen sich sehr gute und interessante Lösungen für Sensoranwendungen und viele andere Anwendungen finden; da die Denkweise, mit der man dies angehen muss, aber unkonventionell ist, lohnt sich das Gespräch mit einem ∑Δ-Experten.

Infoservice

Prof. Dr. Hanspeter Schmid, FHNW/IME
Steinackerstrasse 1, 5210 Windisch
Tel. 056 462 46 25
hanspeter.schmid@fhnw.ch, www.fhnw.ch/ime