

Signalflussdiagramme als Hilfsmittel zum Verständnis von Systemen und Schaltungen (2/3)

# Kreisverstärkung und Faustregeln

Die «Kreisverstärkung» (Loop Gain) taucht immer wieder im Nenner von Systemfunktionen auf, und es gibt jede Menge Theorien, mit denen man Rückkopplungskreise «aufschneiden» kann, um ihn zu berechnen. Signalflussdiagramme (SFD) zeigen die Kreise aber schon auf dem Papier und entlarven die Grenzen einiger Elektronik-Faustregeln.

» Dr. Hanspeter Schmid und Dr. Alex Huber, Institut für Mikroelektronik, FHNW

In diesem zweiten von drei Artikeln über Signalflussdiagramme geht es um eine einzige Schaltung: den konventionellen Verstärker mit OpAmp und zwei Widerständen. Diese Schaltung ist altbekannt, und deshalb sind auch viele Faustregeln dazu bekannt ... aber wie weit tragen die wirklich und wo liegen ihre Grenzen?

## Wie golden ist der OpAmp?

In vielen erschienenen Elektroniklehrbüchern wird der Operationsverstärker (OpAmp) durch zwei goldene Faustregeln beschrieben:

- 1) Es fliesst kein Strom in seine Eingänge und
- 2) die Spannungsdifferenz zwischen seinen

Eingängen ist ungefähr null. Besonders die zweite Regel hat es in sich, denn damit sie wahr ist, muss die Verstärkung des OpAmps sehr gross sein. Nur: ist sie das auch? Man möchte meinen «ja», aber das hängt sehr von der Betriebsfrequenz ab. Bild 1 zeigt die Verstärkung des OpAmps LTC1007 von Linear Technology. Sie ist für tiefe Frequenzen riesig, grösser als 140dB, aber fängt schon unter 1Hz an abzufallen, und zwar proportional zur Frequenz. Bei 8MHz ist die Verstärkung nur noch 1. Jeder OpAmp verhält sich so, und in fast jeder OpAmp-Schaltung ist die Verstärkung des OpAmps über den grössten Teil des Frequenzbereichs einer Anwendung frequenzabhängig.

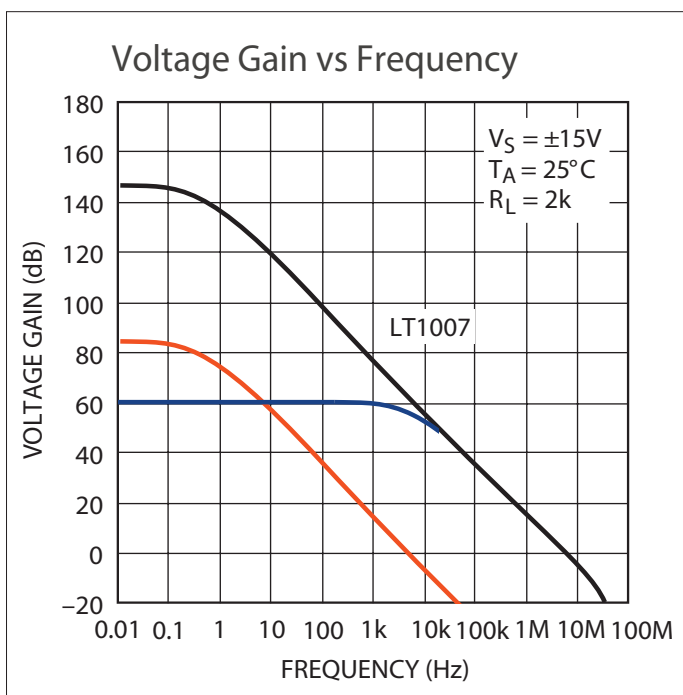


Bild 1: Verstärkung des OpAmps LTC1007: Open-Loop-Gain  $A$  (schwarz), Closed-Loop-Gain  $V_{out}/V_{in}$  (blau) und der Faktor  $A/A_v$  (rot)

Bild 2 zeigt eine Schaltung mit dem LTC1007 und das zugehörige Signalflussdiagramm (die hellblauen Pfade sind erst weiter unten von Bedeutung). Wir rechnen am Liebsten nicht mit Widerständen, sondern mit Leitwerten; die Erfahrung zeigt, dass die Gleichungen für OpAmp-Schaltungen dann meist einfacher umformbar werden. Diese Schaltung hat nominell eine Verstärkung von  $A_v = G_1/G_2 = 1000$  wenn  $G_1 = 1/365\ \Omega$  und  $G_2 = 1/365\ \text{k}\Omega$  ist. Der Ausgangsleitwert  $G_0$  des OpAmps ist nach Datenblatt  $1/70\ \Omega$ .

## Der gemeinsame Nenner

Im Polyscope 8/11 zeigten wir, dass jede Systemfunktion, die mit demselben Signalflussdiagramm berechnet wird, denselben Nenner hat. Dieser Nenner ist (nach Masons Formel)

$$D = 1 + A \cdot G_0 G_2 Z_2 Z_4$$

Für alle Frequenzen, für die  $A \cdot G_0 G_2 Z_2 Z_4 \gg 1$  ist, wird er zu

$$D \approx A \cdot \frac{G_0 G_2}{Y_2 Y_4} = A \cdot \frac{G_0 G_2}{(G_1 + G_2)(G_0 + G_2)}$$

$$\approx A \cdot \frac{G_2}{G_1} = \frac{A}{A_v}$$

wobei die letzte Näherung daraus folgt, dass  $G_2$  mit Abstand der kleinste Leitwert ist und zu den Summen nicht viel beiträgt. Auch die Bedingung für die Näherung vereinfacht sich:  $A \cdot G_0 G_2 Z_2 Z_4 \gg 1$  ist gegeben für alle Frequenzen, bei denen die Verstärkung  $A$  des OpAmps grösser ist als die Verstärkung der ganzen Schaltung (Closed-Loop-Gain). Dies ist allerdings für  $A_v = 1000$  nur für Frequenzen unterhalb 8 kHz der Fall!

Wie gross ist nun der Closed-Loop-Gain in Bild 2? Masons Formel ergibt

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-A \cdot G_0 G_1 Z_2 Z_4}{1 + A \cdot G_0 G_2 Z_2 Z_4}$$

Unterhalb von 8 kHz dominiert der zweite Term im Nenner und die Verstärkung wird (nicht überraschend)  $-A_v$ , oberhalb von 8 kHz dominiert die 1 im Nenner und die Verstärkung ist  $A/A_v$ , also hat denselben Verlauf wie in Bild 1, einfach 60 dB tiefer unten. Um 8 kHz herum gibt es einen fließenden Übergang zwischen diesen zwei Fällen. Der Wunsch nach hohem Closed-Loop-Gain bremst also den Verstärker massiv aus.

«Meh Drück!» – Wo sind die Grenzen meiner Schaltung?

Wie immer mit Signalflussdiagrammen kostet die erste Rechnung viel Aufwand, aber alle weiteren Rechnungen sind fast gratis, da der Nenner aller Funktionen gleich ist und dieselben Vereinfachungen in allen Rechnungen funktionieren. Bei allen Rechnungen unten haben wir die genau gleichen Vereinfachungen in der gleichen Reihenfolge gemacht.

Wir fragen nun zusätzlich: a) Wie gross ist der Spannungsaussschlag am Eingang des OpAmps, b) Wie stark rauscht der Ausgang, und c) Wie gross ist die Ausgangsimpedanz? Für die Beantwortung dieser Fragen ist je ein einziger zusätzlicher Pfad in Bild 2 nötig (hellblau gezeichnet), und schon gehts weiter mit Masons Formel.

Driving-Point Signal-Flow Graph

Das Signalflussdiagramm in Bild 2 ist ein sogenannter Driving-Point Signal-Flow Graph (DPSFG). Es gibt nur wenig Literatur darüber, von Augustin Ochoa und Hanspeter Schmid; diese Arbeiten sind über eine Suchmaschine und den Suchbegriff Driving-Point Signal-Flow Graph zu finden. Ein Grund für die Literaturarmut mag sein, dass Signalflussdiagramme (und speziell das besondere in Bild 2) kaum aus einem Buch gelernt und angewandt werden können, aber unter Anleitung recht schnell eingeübt und dann – ähnlich wie Velofahren – nie mehr wirklich verlernt werden. Unterrichtet werden diese DPSFGs in der Schweiz an der Fachhochschule Nordwestschweiz und an der ETH Zürich, und an wenigen Kursen, z.B. «Signale und Rauschen im Griff» vom 8. bis 9. Dezember 2011 in Windisch. [www.fhnw.ch/technik/ime/veranstaltungen/signale-und-rauschen-im-griff](http://www.fhnw.ch/technik/ime/veranstaltungen/signale-und-rauschen-im-griff)

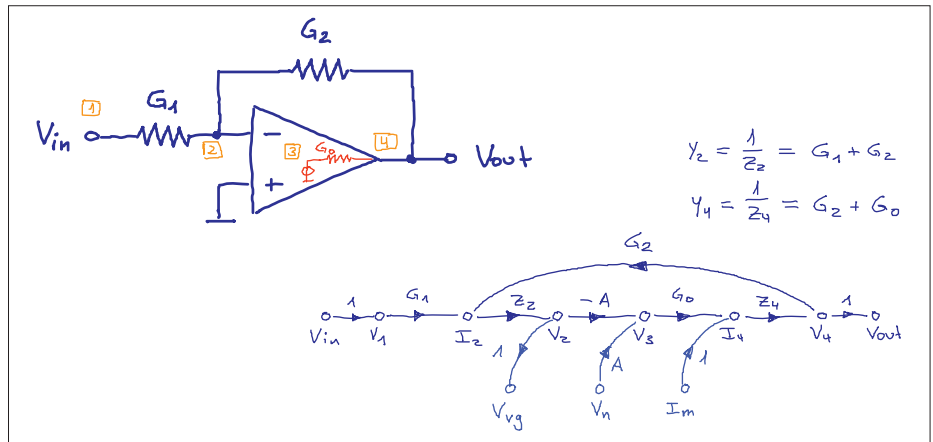


Bild 2: LTC1007-Verstärker mit Gain 1000 und der zugehörige Driving-Point Signal-Flow Graph (schwarz), Closed-Loop-Gain  $V_{out}/V_{in}$  (blau) und der Faktor  $A/A_v$  (rot)

a) Zuerst der Spannungsaussschlag:

$$\begin{aligned} \frac{V_{vg}}{V_{in}} &= \frac{G_1 Z_2}{1 + A \cdot G_0 G_2 Z_2 Z_4} \approx \frac{G_1 Y_4}{A G_0 G_2} \\ &= \frac{G_1 (G_0 + G_2)}{A G_0 G_2} \approx \frac{G_1}{A G_2} = \frac{A_v}{A} \end{aligned}$$

Bei 800 Hz ist  $A/A_v = 10$ , sagt Bild 1, also wird ein 800-Hz-Signal mit Amplitude 1 V am negativen Eingang des OpAmps eine 100-mV-Schwingung verursachen: von Spannungsdifferenz null (zweite goldene Regel) keine Spur! Auch wird sichtbar, dass dieser Ausschlag oberhalb 1 Hz proportional zur Frequenz des Signals ist! Die Faustregel gilt also nur für sehr kleine Frequenzen.

b) Der Verstärker hat gemäss Datenblatt ein Eingangsrauschen von  $4 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Die Rauschverstärkung ist

$$\begin{aligned} \frac{V_{out}}{V_n} &= \frac{A G_0 Z_4}{1 + A \cdot G_0 G_2 Z_2 Z_4} \approx \frac{A Y_2}{A G_2} \\ &= \frac{G_1 + G_2}{G_2} \approx \frac{G_1}{G_2} = A_v \end{aligned}$$

das heisst, unterhalb 8 kHz rauscht der Ausgang mit  $4 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

c) Schliesslich die Ausgangsimpedanz:

$$\begin{aligned} \frac{V_{out}}{I_m} &= \frac{Z_4}{1 + A \cdot G_0 G_2 Z_2 Z_4} \approx \frac{A Y_2}{A G_0 G_2} \\ &= \frac{G_1 + G_2}{A G_0 G_2} \approx \frac{G_1}{A G_0 G_2} = \frac{1}{G_0} \frac{A_v}{A} \end{aligned}$$

Auch diese Grösse ist frequenzabhängig, sie nimmt mit der Frequenz zu, weil A mit steigender Frequenz abnimmt. Bei 800 Hz ist der Aus-

gangswiderstand  $7 \Omega$ , bei 80 Hz  $0,7 \Omega$  und so weiter. Der Ausgang verhält sich also zwischen 1 Hz und 8 kHz wie eine Spule mit Induktivität 1,4 mH. Belastet man diese Schaltung mit 220 nF Kapazität, dann ergibt sich ein LC-Schwingkreis mit Eigenfrequenz 80 Hz; die Schaltung schwingt. Von diesem induktiven Verhalten, das alle OpAmps zeigen, kommt auch eine weitere Faustregel: dass man vorsichtig sein soll, wenn man OpAmp-Schaltungen kapazitiv belastet.

Faustregeln ja, aber ...

Faustregeln gibt es in der Elektronik eine ganze Menge, und dieser Artikel hat gezeigt: Faustregeln sind schön und gut, aber noch schöner und besser ist, wenn man versteht, warum es Faustregeln sind, und wo ihre Grenzen sind. Beim Verstehen hilft die Signalflussbetrachtung auf einfache Weise.

Eine Erkenntnis in diesem Artikel war, dass die Bandbreite einer OpAmp-Schaltung umgekehrt proportional zum Closed-Loop-Gain ist: also das Produkt aus Closed-Loop-Gain und Bandbreite (Gain-Bandwidth Product) ist konstant. Auch das ist eine sehr wertvolle Faustregel! Wir brechen sie im nächsten «Fokus Mikroelektronik». <<

Infoservice

Hanspeter Schmid  
FHNW/IME, Steinackerstrasse 1, 5210 Windisch  
Tel. 056 462 46 25  
[hanspeter.schmid@fhnw.ch](mailto:hanspeter.schmid@fhnw.ch), [www.fhnw.ch/ime/](http://www.fhnw.ch/ime/)