

## Signalflussdiagramme als intuitives Hilfsmittel zum Verständnis von Systemen und Schaltungen (1/3)

# Feedback – ganz einfach

Signalflussdiagramme (SFD) sind eine Methode, Gleichungssysteme grafisch darzustellen. Sie machen den Signalfluss durch eine Schaltung der Intuition zugänglich, und sie sind auch zum Rechnen sehr effizient. Und wenn man einmal eine Systemfunktion berechnet hat, braucht das Berechnen jeder weiteren Funktion kaum mehr Aufwand.

» Dr. Hanspeter Schmid und Dr. Alex Huber, Institut für Mikroelektronik, FHNW

Als Harold Black in den Zwanzigerjahren den elektronischen Verstärker mit Rückkopplung erfand, stiess er bei seinen Zeitgenossen auf sehr viel Widerstand. Sein damaliger Chef – es war der Forschungsleiter – sagte: «Kann nicht funktionieren.» Black brauchte neun Jahre von der Einreichung des Patents bis zu seiner Erteilung, und sein Paper wurde nicht in der wissenschaftlichen Zeitschrift des American Institute of Electrical Engineers (AIEE) publiziert, sondern in ihrem Newsletter. Der Rest ist Geschichte: Das Blockschaltbild in Bild 1 zusammen mit der Formel für seine Übertragungsfunktion

$$G = \frac{\mu}{1 - \mu\beta}$$

sind aus der modernen Elektronik nicht mehr wegzudenken. Vor allem war schon Black klar, dass der Nenner dieser Übertragungsfunktionen,  $1 - \mu\beta$ , offenbar in allen Systemfunktionen auftaucht.

### SFDs sehen schlanker aus als Blockdiagramme

Dass dies fast universell wahr ist, wurde aber erst in den Fünfzigerjahren so richtig klar, als Samuel Mason und andere die Signalflussdiagramme (SFD) einführten. Für lineare Systeme

me ist ein SFD einfach eine andere Art und Weise, ein Blockdiagramm zu zeichnen. SFD sehen schlanker aus als Blockdiagramme, sind oft übersichtlicher als jene und sind vor allem von Hand sehr schnell zu zeichnen. Ihre wahre Stärke kommt aber dann zum Zug, wenn man sie mit der Formel von Mason kombiniert.

Mason hat nämlich 1956 bewiesen, dass die Verstärkung von einem Punkt zu einem anderen Punkt in jedem SFD einfach nur

$$T = \frac{\sum_i P_i \cdot \Delta_i}{\Delta}$$

ist. Um sie zu ermitteln, müssen alle Vorwärtspfade  $P_i$  durch den Graphen bestimmt werden sowie alle Kreise  $L_i$ . Die Graphdeterminante  $\Delta$  ist dann (1) **minus** (die Summe aller Kreise) **plus** (die Summe aller Produkte von jeweils zwei Kreisen, die sich nicht berühren) **minus** (die Summe aller Produkte von jeweils drei Kreisen, die sich nicht berühren) und so weiter. Mathematisch gesehen geht das unendlich weiter; in der Praxis aber nicht, weil Systeme mit mehreren Feedback-Kreisen eben genau dann so wirkungsvoll sind, wenn sich ihre Kreise berühren. Die Sub-

determinanten der Vorwärtspfade, die  $\Delta_i$ , sind nur die Graphdeterminante, in der alle Ausdrücke mit Kreisen weggelassen werden, welche den Vorwärtspfad berühren. Oft tun das alle Kreise, und es werden alle  $\Delta_i = 1$ .

### Blacks Formel folgt sofort aus Masons Formel

In Blacks Beispiel gibt es nur einen Kreis, er hat die Verstärkung  $\mu\beta$ , und nur einen Vorwärtspfad, Verstärkung  $\mu$ , welcher den Kreis berührt. Blacks Formel  $\mu / (1 - \mu\beta)$  folgt sofort aus Masons Formel. Ebenso ist sofort ersichtlich, dass der Vorwärtspfad vom Rauschen  $n$  an den Ausgang  $l$  ist und die Rauschübertragungsfunktion deshalb  $1 / (1 - \mu\beta)$  wird. Beides lässt sich auch mit Gleichungssystemen berechnen – und in der Tat entspricht Masons Formel der Lösung eines linearen Gleichungssystems –, aber Ingenieure, die SFD kennen, finden es meist einfacher, ein korrektes SFD aufzuzeichnen, als einen vollständigen, sich nicht widersprechenden Satz Gleichungen für eine Schaltung hinzuschreiben. SFD sind viel intuitiver, da sie direkt dem Blockschaltbild entsprechen.

Bild 2 zeigt ein komplizierteres Beispiel aus der Regeltechnik; es ist ein Lehrbuchbeispiel eines Feinpositionierungssystems für Lifte, welches im Buch «Design of Feedback Control Systems» von Stefani et. al. mit Blockdiagrammen dargestellt wurde.

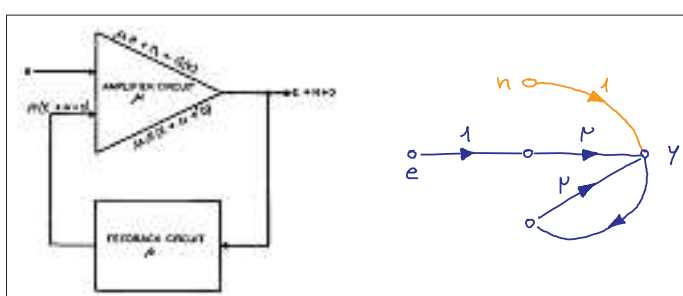


Bild 1: Blacks elektronischer Verstärker aus seinem Paper von 1934 und das zugehörige Signalflussdiagramm (SFD)

### Welche Vorwärtspfade und Kreise gibt es im SFD?

Um die Übertragungsfunktion mit Masons Formel zu berechnen, müssen wir zuerst ermitteln, welche Vorwärtspfade und Kreise es in diesem SFD gibt; dies ist in Bild 3 darge-

stellt. Es existiert nur ein Vorwärtspfad mit dem Gewicht

$$P_1 = 40 \cdot \frac{0.1}{s + 0.3} \cdot \frac{1}{s}$$

aber zwei Rückkopplungskreise mit den Gewichten

$$L_1 = -40 \cdot \frac{0.1}{s + 0.3} \cdot \frac{1}{s + 40} \cdot K_1$$

und

$$L_2 = -40 \cdot \frac{0.1}{s + 0.3} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{s + 6}{s + 4} \cdot K_2$$

Nach Masons Regel wird jetzt die Übertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{P_1}{1 - L_1 - L_2} = \dots = \frac{4 \cdot (s + 4)}{s^3 + \dots + 24k_2}$$

wobei die genaue Rechnung und der genaue Nenner für diesen Artikel nicht von Bedeutung sind. Es ist auch so gleich ersichtlich (für  $s = 0$ ), dass sich der Lift auf die Position  $X = R \cdot 16 / 24k_2$  einregeln wird. Zu hohen Frequenzen hin fällt  $T(s)$  mit 40 dB pro Dekade ab; hochfrequente Störungen auf der Regelgrösse fallen also kaum ins Gewicht.

Bei einem elektronischen System oder Regelsystem interessiert oft nicht nur eine Sys-

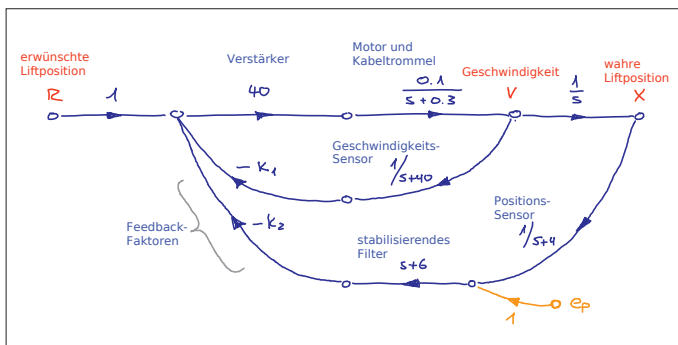


Bild 2: Kommentiertes Signalflussdiagramm eines Feinpositionierungssystems für Lifte

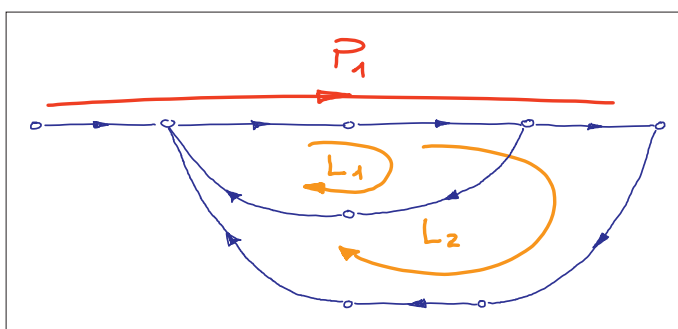


Bild 3: Vorwärtspfad und Kreise im SFD von Bild 2

temfunktion, sondern viele. Im Liftbeispiel könnte interessieren, was geschieht, wenn der Positionssensor einen Fehler macht. Und da hat die Rechnung mit SFD einen grossen Vorteil: egal, welches Eingangssignal betrachtet wird, die Kreise im System – und damit auch der Nenner der Funktion – ändern nicht! In Bild 2 ist ein Eingang  $e_p$  dargestellt, der Fehler oder das Rauschen des Positionssensors. Es ändert sich nur der Vorwärtspfad:

$$P_{1e} = -40k_2 \cdot \frac{0.1}{s + 0.3} \cdot \frac{1}{s} \cdot (s + 6)$$

und die Übertragungsfunktion vom Fehlersignal zum Ausgang wird

$$T_e(s) = \frac{P_{1e}}{1 - L_1 - L_2} = \dots = \frac{-4k_2 \cdot (s + 4) \cdot (s + 6)}{s^3 + \dots + 24k_2}$$

Diese Funktion fällt für hohe Frequenzen nur mit 20 dB pro Dekade ab; hochfrequente Störsignale sind auf dem Positionssensor also schlimmer als auf der Regelgrösse. Für  $s = 0$  wird auch sichtbar, dass ein Offset des Sensors zu einer vierfach grösseren Liftfehleinstellung führt.

### Ein wesentlicher Unterschied zwischen Gleichungssystem und SFD

Die Betrachtung mit SFD hat also zwei grosse Vorteile: zum einen ist die Berechnung

weiterer Systemfunktionen äusserst einfach, wenn eine Übertragungsfunktion mal berechnet ist. In der Mikroelektronikentwicklung ist es äusserst wichtig, den Fluss von allen Signalen und Störungen durch einen Chip voraussagen zu können, und jedes Werkzeug, welches diese Betrachtungen vereinfacht, ist im Entwicklungsprozess Gold wert. Zum anderen gibt es einen wesentlichen Unterschied zwischen Gleichungssystemen und SFD: Gleichungssysteme halten nur fest, wie sich Variablen zueinander verhalten, aber SFD können durch ihre Ähnlichkeit zum Blockdiagramm auch festhalten, was Ursachen und was Wirkungen sind: sie stellen nicht nur das «was» dar, sondern auch das «weshalb».

In den nächsten zwei Beiträgen der Serie «Fokus Mikroelektronik» steht die Anwendung von SFD auf Operationsverstärkerschaltungen im Vordergrund; im übernächsten Artikel zusammen mit der Frage, ob es Unterschiede gibt, wenn eine Verstärkerschaltung Stromsignale statt Spannungssignale verarbeitet. <<

### Infoservice

Hanspeter Schmid  
FHNW/IME, Steinackerstrasse 1, 5210 Windisch  
Tel. 056 462 46 25  
hanspeter.schmid@fhnw.ch, www.fhnw.ch/ime

### Verstärkungsformel

Seit Samuel Mason 1956 seine Verstärkungsformel vorgestellt hat, haben sich SFD weltweit in vielen Gebieten von Regelungstechnik über Modellbildung bis zu Signalverarbeitung und Elektronik verbreitet. In der Deutschschweiz werden SFDs im Bereich Elektronik sowohl an der ETH Zürich wie auch an der Fachhochschule Nordwestschweiz (FHNW) und der Hochschule Rapperswil (HSR) unterrichtet. Seltener tauchen sie in Kursen auf; ein Beispiel ist der Workshop «Signale und Rauschen im Griff» am Institut für Mikroelektronik der FHNW, an dem sie als grundlegendes Element verwendet werden, um den Teilnehmern beizubringen, wie sie in elektronischen Schaltungen Signale und Rauschen verstehen, berechnen, messen und in gemessenen Spektren ablesen und auswerten können. Der nächste zweitägige Workshop findet im Dezember 2011 statt; Infos auf [www.fhnw.ch/technik/ime/veranstaltungen](http://www.fhnw.ch/technik/ime/veranstaltungen). Die Materie mag trocken sein; Leute, die sie vermitteln, sind es aber erfahrungsgemäss nicht. Schon Mason selber zeigte das: Sein Paper von 1956 ist eine der wenigen wissenschaftlichen Publikationen mit sich reimendem Abstract: «A way to enhance – Writing gain at a glance – Dr. Tustin extended – Proof appendend – Examples illustrative – Pray not frustrative.»